

A középpontos hasonlósági transzformáció

Keszeg Attila

2016.01.29.

- 1 Definíció
- 2 A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai
- 3 Feladatok
- 4 Házi feladat

Definíció

Adott egy O pont és egy $\lambda \neq 0$ valós szám. a tér minden egyes P pontjához rendeljünk hozzá egy P' pontot, a következő módon:

- ① ha $P = O$, akkor $P = P'$
- ② ha $P \neq O$, akkor P' az OP egyenes azon pontja, amelyre $OP' = |\lambda| \cdot OP$, és ha $\lambda > 0$, akkor P' az OP pontja, ha $0 > \lambda$, akkor P -t és P' -t O elválasztja egymástól.

Az O pont a transzformáció centruma középpontja, λ a középpontos hasonlóság aránya. Ha $|\lambda| < 1$, akkor középpontos kicsinyítésről, ha $|\lambda| > 1$, akkor középpontos nagyításról beszélünk.



Megjegyzés

A középpontos hasonlósági transzformáció egy olyan ponthoz pontot rendelő kölcsönösen egyértelmű függvény, amelynek értelmezési tartománya is és értékkészlete is a tér (vagy sík) pontjainak halmaza.

A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai

- 1 Ha $\lambda \neq 1$, akkor a transzformáció egyetlen fixpontja az O középpont. Ha $\lambda = 1$, akkor a tér minden pontja fixpont, azaz a transzformáció az identikus transzformáció
- 2 Az O középpontra illeszkedő egyenesek a transzformáció invariáns egyenesei. Ha $\lambda \neq 1$, akkor más invariáns egyenes nincs
- 3 Bármely, az O középpontra nem illeszkedő egyenes képe az eredetivel párhuzamos, O -ra nem illeszkedő egyenes
- 4 A fenti tulajdonságok alapján a középpontos hasonlóság **szögtartó transzformáció**, azaz bármely szög és képe egyenlő nagyságúak
- 5 a λ arányú középpontos hasonlóságnál bármely szakasz képének hossza az eredeti szakasz hosszának $|\lambda|$ -szorosa, azaz **bármely A és B pontok esetén $A'B' = |\lambda| \cdot AB$**

A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai (folyt.)

- 6 A középpontos hasonlóság akkor és csak akkor egybevágóság, ha $|\lambda| = 1$. Ha $\lambda = 1$, akkor identitás, ha $\lambda = -1$, akkor középpontos tükrözés
- 7 A síkbeli középpontos hasonlóság nem változtatja meg az alakzatok körüljárási irányát, azaz **irányítástartó**

1.Feladat

Feladat

Vegyél fel egy **$ABCD$** konvex négyszöget, a belsejében egy **O** pontot és az **OA** szakaszon egy **$pmbA'$** pontot! Kicsinyítsd az **$ABCD$** négyszöget **O** – ből úgy, hogy az **A** pont képe **A'** legyen!

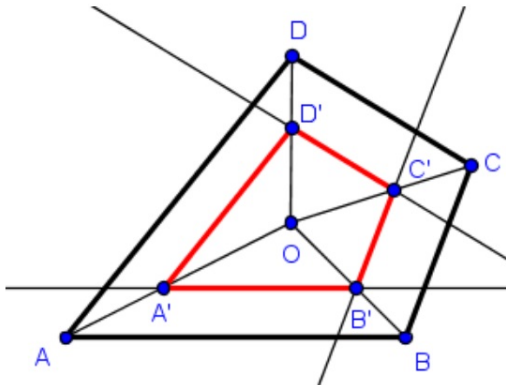
1.Feladat megoldása

Kidolgozás

A szerkesztés lépései:

- 1 Először kössük össze az O középpontot a négyszög csúcaival
- 2 Ezt követően húzzunk párhuzamost AB – vel az A' - n keresztül, és az OB – vel vett metszéspont lesz a keresett négyszög B' csúcsa.
- 3 Ezután húzzunk párhuzamost BC – vel a B' csúcson keresztül, s az OC - vel vett metszéspont lesz a keresett négyszög C' csúcsa
- 4 Végül a C' csúcson keresztül húzzunk párhuzamost a CD – vel, s az OD - vel vett metszéspont lesz a négyszög D' csúcsa.

1.Feladat megoldása



2.Feladat

Feladat

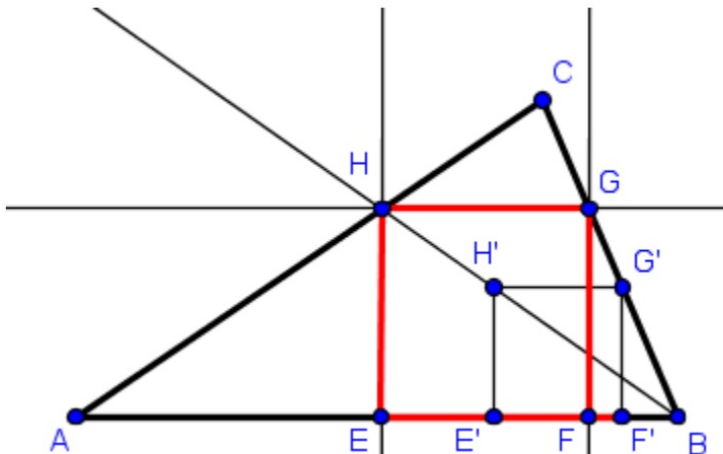
Szerkessz egy háromszögbe olyan négyzetet, amelynek egyik oldala a háromszög leghosszabb oldalára, másik két csúcsa pedig a másik két oldalra illeszkedjen!

2.Feladat megoldása

Kidolgozás

- 1 Először vegyünk fel egy $E'F'G'H'$ négyzetet úgy, hogy az $E'F'$ oldala illeszkedjen a háromszög AB oldalára, illetve a G' csúcsa illeszkedjen a háromszög másik BC oldalára. Legyen a hasonlóság középpontja a háromszög B csúcsa. Ekkor B -t összekötve H' - vel, a háromszög AC oldalán metszéspontként adódik a keresett négyzet H csúcsa
- 2 A H csúcsból húzzunk párhuzamosakat a $G'H'$ és $E'H'$ oldalakkal, s így a háromszög további oldalain metszéspontként megkapjuk a keresett négyzet E és G csúcsait
- 3 Végül az EH oldallal húzzunk párhuzamost a G csúcson keresztül, s így metszéspontként megkapjuk a keresett négyzet F csúcsát is

2.Feladat megoldása



Házi feladat

Vegyél fel egy tetszőleges háromszöget! Szerkessz a háromszögbe olyan téglalapot, amelyben a szomszédos oldalak aránya **1 : 2**, hosszabb oldala a háromszög leghosszabb oldalára, másik két csúcsa a háromszög másik két oldalára illeszkedjen!