



1. Számítsuk ki a következő szorzatok értékét!

(a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 6 \cdot 2} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(b)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$

2. Számítsuk ki a következő hányadosokat!

(a)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = 2$

(b)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$

3. Döntsük el, melyik szám a nagyobb!

(a)  $(\sqrt{3})^5$  vagy  $(\sqrt{5})^3$

Mivel tudjuk, hogy a négyzetgyökvonás és a hatványozás felcserélhető műveletek, felírhatjuk a következőt:

$$\sqrt{3^5} \text{ vagy } \sqrt{5^3}$$

Mivel  $3^5 = 243$  és  $5^3 = 125$  azt kell eldöntenünk, hogy

$\sqrt{243}$  vagy  $\sqrt{125}$  a nagyobb. A matematikailag inkorrekt, de rendkívül egyértelmű válasz erre a kérdésre az, hogy az a nagyobb, amelyiknél nagyobb szám van a négyzetgyök alatt. Tehát a  $\sqrt{3^5} = \sqrt{243}$  a nagyobb.

A matematikailag korrekt érvelés/megfogalmazás a következő képpen hangzik:

Mivel a  $\sqrt{x}$  függvény szigorúan növekszik, a  $\sqrt{3^5}$  a nagyobb.

(b)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$  vagy  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$

Tehát azt kell eldöntenünk, hogy  $\sqrt{3 \cdot 5}$  vagy  $\sqrt{\frac{28}{2}}$  nagyobb.

$$\text{Mivel } \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{15} \text{ és } \sqrt{\frac{28}{2}} = \sqrt{14}.$$

A  $\sqrt{x}$  függvény szigorúan nő, ezért a  $\sqrt{15}$  nagyobb. Tehát a  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$  nagyobb, mint  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$ .

(c)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}}$  vagy  $\frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{12}} \cdot \sqrt{\frac{21}{2}} = \sqrt{\frac{8}{12} \cdot \frac{21}{2}} = \sqrt{\frac{168}{24}} = \sqrt{7}$$

$$\frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2^3}{15}} \cdot \sqrt{\frac{35}{6}} = \sqrt{\frac{8}{15}} \cdot \sqrt{\frac{35}{6}} = \sqrt{\frac{8}{15} \cdot \frac{35}{6}} = \sqrt{\frac{280}{90}} = \sqrt{3,1}$$

Ez azt jelenti, hogy  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} = \sqrt{7}$  a nagyobb.

**1. Végezzük el a következő műveleteket!**

(a)  $(2\sqrt{3} + 1) \cdot (3 - 4\sqrt{3})$

Ennek a feladatnak a megoldásánál egyetlen egy dolgot nem szabad elfelejtenünk, mégpedig hogy többtagú kifejezés szorzásánál többtagú kifejezéssel minden tagot megszorozunk minden taggal.

$$\begin{aligned}(2\sqrt{3} + 1) \cdot (3 - 4\sqrt{3}) &= 3 \cdot 2\sqrt{3} - (2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}) + 3 \cdot 1 - 1 \cdot 4\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 8 \underbrace{\sqrt{3}\sqrt{3}}_{=\sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{9} = 3} + 3 - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - \underbrace{24}_{8 \cdot 3} + 3 - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 21\end{aligned}$$

**Végeredmény:**

$$(2\sqrt{3} + 1) \cdot (3 - 4\sqrt{3}) = \underline{\underline{2\sqrt{3} - 21}}$$

(b)  $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$

Ebben a feladatban csak azt kell felidézünk, milyen nevezetes azonosságokat tanultunk kilencedik osztályban. A kulcs ennek a feladatnak a megoldásához az  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  nevezetes azonossághoz. Ha azt csináljuk, amit a nevezetes azonosság "mond", nem okozhat problémát a feladat megoldása

$$\underbrace{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2}_{(a-b)^2} = \underbrace{(2\sqrt{5})^2}_{a^2} - \underbrace{2 \cdot (2\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{2})}_{-2ab} + \underbrace{(3\sqrt{2})^2}_{b^2}$$

Szorzatok hatványozásakor a szorzat minden kitevőjét az adott hatványkitevőre kell emelnünk:

$$= 2^2(\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{5}\sqrt{2} + 3^2(\sqrt{2})^2$$

Mivel a négyzetre emelés és a négyzetgyökvonás "semlegesítik" egymást, valamint  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$  teljesül, felírhatjuk a következőt:

$$4 \cdot 5 - 12\sqrt{10} + 9 \cdot 2 = 20 - 12\sqrt{10} + 18 = 38 - 12\sqrt{10}$$

**Végeredmény:**

$$(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2 = \underline{\underline{38 - 12\sqrt{10}}}$$

(c)  $\sqrt{\sqrt{13} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{13} - 3}$

Annak ellenére, hogy ez a feladat első ránézésre elég "hardcore"-nak tűnhet, nem szabad megijednünk tőle, ugyanis ennek a feladatnak is az a lényege, hogy felelevenítsük a nevezetes azonosságokról szerzett ismereteinket. Ebben a feladatban az  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  nevezetes azonosságot fogjuk alkalmazni.

$$\sqrt{\underbrace{\sqrt{13} + 3}_{a+b}} \cdot \sqrt{\underbrace{\sqrt{13} - 3}_{a-b}} \stackrel{nev.az.}{=} \sqrt{\underbrace{(\sqrt{13})^2 - 3^2}_{a^2 - b^2}}$$

Innentől kezdve csak számolnunk kell.

$$\sqrt{(\sqrt{13})^2 - 3^2} = \sqrt{13 - 9} = \sqrt{4} = 2$$

$$\textbf{Végeredmény: } \sqrt{\sqrt{13} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{13} - 3} = \underline{\underline{2}}$$

### 1. Írjuk fel a következő kifejezéseket gyökjel alá vitellel egyszerűbb alakban!

(a)  $3\sqrt{5}$

Ha a szám, amivel a gyökös kifejezésünket szorozzuk **pozitív**, az eljárás rendkívül egyszerű. Mivel a négyzetgyökvonás és a négyzetre emelés "kiütik" egymást, felírhatjuk a 3-at, mint  $\sqrt{3^2}$ . Tehát négyzetre emeljük, majd egyből gyököt vonunk belőle, hiszen így értéke változatlan marad. Ha felírtuk a 3-at ebben a rafinált alakban, alkalmazhatjuk a gyökvonás azonosságait és megkapjuk a kívánt végeredményt.

$$3\sqrt{5} = \sqrt{3^2}\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$$

(b)  $\frac{x}{y}\sqrt{\frac{x}{y}} \quad x, y > 0$

Az eljárás ugyanaz, mint az előző feladatban. Mivel az  $x, y > 0$  az  $\frac{x}{y}$  tört is pozitív előjelű, tehát probléma nélkül bevihető a gyök alá.

$$\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

### 2. Végezzük el a következő műveletet!

$$\sqrt{192} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$$

Első lépésként felírjuk a gyök alatti számok prímtényezős felbontását:

$$192 = 2^6 \cdot 3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$75 = 5^2 \cdot 3$$

Azért írtuk át  $2^6$ -ont  $2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$ -ra, hogy teljesen egyértelműen látszódjon, ahogy a négyzetgyökvonás és négyzetre emelés "kiütik" egymást.

$$\begin{aligned} \sqrt{192} + \sqrt{12} - \sqrt{75} &= \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{5^2 \cdot 3} \\ &= \sqrt{2^2}\sqrt{2^2}\sqrt{2^2}\sqrt{3} + \sqrt{2^2}\sqrt{3} - \sqrt{5^2}\sqrt{3} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{=8} \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} - 5 \cdot \sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Végeredmény: } \sqrt{192} + \sqrt{12} - \sqrt{75} = \underline{\underline{5\sqrt{3}}}$$

### 3. Gyöktelenítsük a tört nevezőjét

Ebben a részben úgy alakítunk át törteket, hogy azoknak a nevezőjéből eltűnjön a gyökjel.

(a)  $\frac{5}{\sqrt{6}}$

Két dolgot kell ennek a feladatnak a megoldásánál figyelembe vennünk. Az egyik, hogy ha egy számot megszorozunk eggyel, értéke nem változik. A másik, hogy  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$  általánosan teljesül, ha  $x > 0$ .

Jelen esetben, megszorozzuk az  $\frac{5}{\sqrt{6}}$  törtet 1-gyel, de az egyet egy rendkívül rafinált formában írjuk fel, mégpedig mint  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ .

$$\frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

## 1. Gyöktelenítsük a tört nevezőjét

$$\frac{3}{\sqrt{7}+4}$$

A tört nevezőjének gyöktelenítése "bonyolultabb" nevező esetében az  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  nevezetes azonosság segítségével történik. A fentiekhez hasonlóan, a törtet megint eggyel szorzom meg, így értéke nem változik.

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{7}+4} &= \frac{3}{\sqrt{7}+4} \cdot \frac{\sqrt{7}-4}{\sqrt{7}-4} = \frac{3(\sqrt{7}-4)}{(\sqrt{7})^2-4^2} = \frac{3(\sqrt{7}-4)}{7-16} = \\ &= \frac{3(\sqrt{7}-4)}{-9} = -\frac{(\sqrt{7}-4)}{3} \end{aligned}$$

2. **Feldat:** Írjuk fel egyszerűbb alakba a következő kifejezést!

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$$

Mivel  $(1 - \sqrt{5})$  negatív, nem szabad úgy bevinni a gyök alá, mint az előző feladatokban. Ennél a példánál picit találékonyabbnak kell lennünk.

- (a) Gyöktelenítjük a gyök alatti kifejezés nevezőjét az  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  nevezetes azonosság segítségével!

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \\ &\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{5-1} \\ &= \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4} \end{aligned}$$

- (b) A fenti számolásnak megfelelően átírjuk az eredeti feladatot!

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} = (1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4}}$$

- (c) Alkalmazzuk a gyökvonás azonosságait!

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4}} = (1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{\sqrt{4}}$$

A négyzetgyökvonás és négyzetre emelés "semlegesítik" / "kiütik" egymást, ezért felírhatjuk a következőt:

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{\sqrt{4}} = (1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$$

- (d) A fenti egyenletet felírhatjuk a következő képpen:

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{(\sqrt{5}+1)}{2} = \frac{(1-\sqrt{5})(\sqrt{5}+1)}{2} = \frac{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}{2}$$

- (e) Újfent alkalmazzuk az  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  nevezetes azonosságot!

$$\frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

- (f) **Végeredmény:**

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} = \underline{\underline{-2}}$$

**1. Döntsük el, melyik szám a nagyobb!**

$$\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{8}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$$

Először gyöktelenítjük a  $\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$  nevezőjét:

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} &= \frac{5}{\underbrace{\sqrt{7}+\sqrt{2}}_{a+b}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\underbrace{\sqrt{7}-\sqrt{2}}_{a-b}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{2})}{\underbrace{7-2}_{a^2-b^2}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5} \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

Most gyöktelenítjük a  $\frac{8}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$  nevezőjét:

$$\begin{aligned} \frac{8}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} &= \frac{8}{\underbrace{\sqrt{10}+\sqrt{2}}_{a+b}} \cdot \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\underbrace{\sqrt{10}-\sqrt{2}}_{a-b}} = \frac{8 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})}{\underbrace{10-2}_{a^2-b^2}} = \\ &= \frac{8 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})}{8} = \sqrt{10} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

Tehát már csak azt kell eldöntenünk, hogy  $\sqrt{7} - \sqrt{2}$  vagy  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$  nagyobb. Mivel a  $-\sqrt{2}$  mindegyik kifejezésben előfordul, ezt mellőzhetjük. Tehát  $\sqrt{7}$  és  $\sqrt{10}$  maradnak. Mivel a  $\sqrt{x}$  függvény szigorúan növekszik, egyértelműen kijelenthető, hogy  $\sqrt{10}$  a nagyobb, tehát:

$$\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} < \frac{8}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$$

**2. Végezzük el a következő műveletet!**

$$\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$$

Először közös nevezőre hozunk, mint az törtes feladatoknál szokványos, majd elvégezzük a szükséges műveleteket.

A közös nevező:  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2 \cdot 5} = \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+3)}{\sqrt{5}\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}(6\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}+3\sqrt{5}}{\sqrt{10}} + \frac{6\sqrt{2}\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}+3\sqrt{5}}{\sqrt{10}} + \frac{6\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{10}+3\sqrt{5}+6\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{7\sqrt{10}+3\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

Ezután gyöktelenítjük a nevezőt:

$$\begin{aligned} \frac{7\sqrt{10}+3\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} &= \frac{7\sqrt{10}+3\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{(7\sqrt{10}+3\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot \sqrt{10}}{10} \\ &= \frac{7\sqrt{10}\sqrt{10}+3\sqrt{5}\sqrt{10}-\sqrt{2}\sqrt{10}}{10} = \frac{7 \cdot 10 + 3\sqrt{50}-\sqrt{20}}{10} = \frac{70+3\sqrt{50}-\sqrt{20}}{10} \end{aligned}$$

$$\text{Végeredmény: } \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{70+3\sqrt{50}-\sqrt{20}}{10}}}$$

## n-edik gyökvonás azonosságai

1. Határozzuk meg a következő szorzat értékét!

$$\sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{9}$$

Mivel egy szorzat n-edik gyöke megegyezik a tényezők n-edik gyökének szorzatával, felírhatjuk a következőt:

$$\sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{9} = \sqrt[6]{81 \cdot 9} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = \underline{\underline{3}}$$

2. Határozzuk meg az  $\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}$  tört értékét!

Ismét megoldható a feladat az n-edik gyökvonás azonosságainak alkalmazásával. Ebben a feladatban kihasználjuk, hogy egy tört n-edik gyöke megegyezik a számláló és a nevező n-edik gyökének szorzatával.

$$\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{\frac{256}{8}} = \sqrt[5]{\frac{2^8}{2^3}} = \sqrt[5]{2^5} = \underline{\underline{2}}$$

3. Határozzuk meg a  $(\sqrt[15]{5})^{45}$  hatvány értékét!

Az n-edik gyökvonás azonosságainak bizonyítása közben megtanultuk, hogy a hatványozás és a gyökvinás felcserélhető műveletek. A továbbiakban két különböző, ám a végeredmény szempontjából teljesen egyenértékű módszerrel is megoldjuk ezt a feladatot:

**1.módszer:**

$$(\sqrt[15]{5})^{45} = \sqrt[15]{5^{45}} \underset{45=3 \cdot 15}{=} \sqrt[15]{5^{3 \cdot 15}} \underset{\text{hatv. az.}}{=} \sqrt[15]{(5^3)^{15}} = \underline{\underline{5^3}}$$

Ha ezt a módszert választjuk, meg kell próbálnunk a gyök alatti kifejezésünket úgy átírni, hogy annak hatványkitevője megegyezzen a gyökkitevőjével. Erre azért van szükség, mert tudjuk hogy egyező hatványkitevő és gyökkitevő esetén ezek "semlegesítik" egymást.

**2.módszer:**

$$(\sqrt[15]{5})^{45} = \sqrt[15]{5^{45}} \underset{\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}}{=} 5^{\frac{45}{15}} = 5^3 = \underline{\underline{125}}$$

Mint látjuk, ez a módszer is ugyanazt a végeredményt adja.

4. Számítsuk ki a  $\sqrt[5]{8 - \sqrt{32}} \cdot \sqrt[5]{8 + \sqrt{32}}$  szorzat értékét!

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{8 - \sqrt{32}} \cdot \sqrt[5]{8 + \sqrt{32}} &= \sqrt[5]{\underbrace{(8 - \sqrt{32})}_{a-b} \cdot \underbrace{(8 + \sqrt{32})}_{a+b}} \\ &\underset{\text{nev. az.}}{=} \sqrt[5]{\underbrace{8^2 - (\sqrt{32})^2}_{a^2 - b^2}} = \sqrt[5]{64 - 32} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

### 1. Döntsük el, hogy $3\sqrt[5]{5}$ vagy $2\sqrt[5]{37}$ a nagyobb!

Négyzetgyökkel már oldottunk hasonló feladatokat. Első lépésként itt is megvizsgáljuk a két számot külön-külön:

$$3\sqrt[5]{5} = \sqrt[5]{3^5 \sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 5} = \sqrt[5]{243 \cdot 5} = \sqrt[5]{1215}$$

n-edik gyök esetén hasonló az eljárás, mint a négyzetgyöknél. A különbség az, hogy míg négyzetgyöknél négyzetre emeltük azt a kifejezést, amit a gyök alá akartunk vinni, n-edik gyöknél pedig arra a hatványkitevőre emeljük, ami megegyezik a gyöknek a kitevőjével. Annak érdekében, hogy az átalakításnál ne változzon a gyök alá vinni kívánt kifejezés értéke, a hatványozás után egyből a megfelelő gyököt vonjuk.

$$2\sqrt[5]{37} = \sqrt[5]{2^5 \sqrt[5]{37}} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 37} = \sqrt[5]{32 \cdot 37} = \sqrt[5]{1184}$$

Ezen számítások után teljesen egyértelmű, hogy  $1215 > \sqrt[5]{1184}$ ,  
tehát  $3\sqrt[5]{5} > 2\sqrt[5]{37}$

#### Megjegyzés:

Míg a négyzetgyöknél hangsúlyoztuk, hogy a fenti módszerrel csak pozitív számokat tudunk be vinni a gyök alá, n-edik gyök esetében picit más a helyzet. Ha a gyök kitevője páros, akkor marad a négyzetgyök esetén használt megkötés, miszerint negatív számot nem vihetünk a gyök alá, legalábbis nem a fenti módon. Ha a gyökkitevő páratlan, a negatív számokat is bevihetjük a fenti módon a gyök alá.

### 2. Gyökjel alól kiemelés után hozzuk egyszerűbb alakra a

$$\sqrt[7]{a^{13}b^{10}} - \sqrt[7]{128a^{20}b^{17}} + \sqrt[7]{a^{27}b^{24}} \text{ kifejezést!}$$

A feladatot a tanult módszerhez hasonlóan oldjuk meg. Míg számoknál prímtényezősz felbontással dolgozunk, "betűk" esetében fel kell elevenítenünk a hatványozásra vonatkozó szabályokat:

$$a^{13} = a^7 a^6, \quad b^{10} = b^7 b^3$$

$$128 = 2^7, \quad a^{20} = a^7 a^7 a^6, \quad b^{17} = b^7 b^7 b^3$$

$$a^{27} = a^7 a^7 a^7 a^6, \quad b^{24} = b^7 b^7 b^7 b^3$$

Azért próbáltunk meg mindent a 7-edik hatványra hozni, mert így a 7-edik gyökkel egyből "kiütük" egymást.

$$\begin{aligned} & \sqrt[7]{a^{13}b^{10}} - \sqrt[7]{128a^{20}b^{17}} + \sqrt[7]{a^{27}b^{24}} = \\ & \sqrt[7]{a^7 a^6 b^7 b^3} - \sqrt[7]{2^7 a^7 a^7 a^6 b^7 b^7 b^3} + \sqrt[7]{a^7 a^7 a^7 a^6 b^7 b^7 b^7 b^3} = \\ & \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^3} - \sqrt[7]{2^7} \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^3} + \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^7} \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^7} \sqrt[7]{b^3} = \\ & = a \sqrt[7]{a^6} b \sqrt[7]{b^3} - 2 \cdot a \cdot a \cdot \sqrt[7]{a^6} \cdot b \cdot b \cdot \sqrt[7]{b^3} + a \cdot a \cdot a \sqrt[7]{a^6} \cdot b \cdot b \cdot b \sqrt[7]{b^3} = \\ & = a \cdot b \cdot \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^3} - 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \sqrt[7]{a^6} \cdot \sqrt[7]{b^3} + a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^3} = \\ & = ab \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^3} - 2a^2 b^2 \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^3} + a^3 b^3 \sqrt[7]{a^6} \sqrt[7]{b^3} = \\ & = ab \sqrt[7]{a^6 b^3} - 2a^2 b^2 \sqrt[7]{a^6 b^3} + a^3 b^3 \sqrt[7]{a^6 b^3} = \\ & = \sqrt[7]{a^6 b^3} (ab - 2a^2 b^2 + a^3 b^3) = (ab - 2a^2 b^2 + a^3 b^3) \sqrt[7]{a^6 b^3} = \\ & = \underbrace{[ab(1 - 2ab + a^2 b^2)]}_{\text{nevezetes azon.}} \sqrt[7]{a^6 b^3} = \underline{\underline{[ab(1 - ab)^2] \sqrt[7]{a^6 b^3}}} \end{aligned}$$